MATEMATIKA OLIMPIÁSZ

KÖRZETI SZAKASZ

2011. január 22.

VIII. OSZTÁLY

1. Legyenek az x és y valós számok.
   a) Bizonyítsátok be, hogy: $x^2+y^2+xy=(x+0,5y)^2+0,75y^2$.
   b) Mutassátok ki, hogy ha $x^2+y^2+xy=0$ akkor $x=y=0$.
   c) Határozzátok meg az $a,b\in\mathbb{R}$ számokat, megoldva a következő egyenletet:
   $(a+b+2011)^2=(a+2010)(b+1)$.

2. Határozzátok meg az x egész számokat, amelyekre $\sqrt{x^2-37}$ természetes szám.

3. Az ABC egyenlő oldalú háromszög köré írt kör O középpontjába merőlegest állítunk a háromszög síkjára és felvesszük rajta a V pontot. Legyen M a (VO) felezőpontja. Tudva, hogy AB=6$\sqrt{3}$ cm, VO=6$\sqrt{2}$ cm, igazoljátok, hogy AM merőleges a (BMC) síkra.

4. Az **ABE** egyenlő oldalú háromszög és az **ABCD** téglalap síkja az *u* szöget zárja közre úgy, hogy a háromszög **E** csúcsának **F** vetülete a téglalap **CD** oldalára esik. Ha a téglalap oldalai **AB** = 12 cm és **BC** = 9 cm hosszúak, számítsd ki :

   a) az **EF** távolságot

   b) az *u* szög mértékét

   c) az **EAB** Δ vetületének területét

Megjegyzés:

Minden feladat kötelező.

Minden feladat 10 pontot ér.

Hivatalból 10 pont jár.

Munkaidő 3 óra.